اسم الطالب :-..

تدريب (١) : الدالة المُقابلة

١] **أكمل ما يأتي :-**

تكون ق(س) دالة مقابلة للدالة د(س) إذا كان ....

٢] **اثبت أن :ق (س) دالة مقابلة للدالة د(س) في كل مما يأتي:-**

(أ) $\text{ق}(\text{س}) = ٢\text{س}^{٥} - \frac{١}{٢}\text{س}^{٤} + ١$　　$\text{د}(\text{س}) = ١٠\,\text{س}^{٤} - ٢\text{س}^{٣}$

(ب) $\text{ق}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} - ١}{\text{س}^{٢}}$　　$\text{د}(\text{س}) = \frac{٢}{\text{س}^{٣}}$

(ج) $\text{ق}(\text{س}) = \frac{٢}{٢\text{س} - ١}$　　$\text{د}(\text{س}) = -٤\,(٢\text{س} - ١)^{-٢}$

(د) $\text{ق}(\text{س}) = \sqrt{١ + \text{س}^{٤}}$　　$\text{د}(\text{س}) = \frac{٢\,\text{س}^{٣}}{\sqrt{١ + \text{س}^{٤}}}$

(ه) $\text{ق}(\text{س}) = ٥\,\text{س}^{٣} - \frac{٤}{\text{س}^{٢}}$　　$\text{د}(\text{س}) = ١٥\,\text{س}^{٢} + \frac{٨}{\text{س}^{٣}}$

اسم الطالب :-...

تدريب (٢) : الدالة المُقابلة

١) أكمل ما يأتي:-

إذا كانت قَ (س) = د(س) فإن $\int$ .... ء س = ... + جـ تعبر عن مجموعة الدوال المقابلة للدالة د(س)

٢) أوجد مجموعة الدوال المقابلة ق(س) + جـ :-

(أ) د(س) = ٣س^{٢} - ٤س + ١

(جـ) د(س) = س^{٢} (٥ س^{٢} - ٣)

(ب) د(س) = (س - $\frac{١}{س}$)^{٢}

(ء) د(س) = ٢س + $\frac{١}{\sqrt{س}}$ س > ٠

٣) إذا كان ق(س) = $\int$ (س^{٣} + ٢)^{٢} ء س ؛ أوجد قَ (١) ؟

٤) إذا كانت ق دالة متصلة وكان $\int$ ق(س) ء س = ٢س^{٢} - ٣س + ٥ ؛ أوجد قيمة ق(٢) .

٥) إذا كانت قَ (س) = ١٢س - ١ و كان ق(٢) = ٣ ؛ أوجد قاعدة ق(س) .

اسم الطالب :-..

تدريب (٣) : التكامل الغير محدود

(أ) **تحقق أن :** $\int \left(\text{٣س}^{\text{٢}} + \text{٢س} - \text{١} \right) \text{ ء س} = \text{س}^{\text{٣}} + \text{س}^{\text{٢}} - \text{س} + \text{جـ}$

(ب) **أوجد كل من التكاملات الآتية :-**

١) $\int \left(\frac{\text{١}}{\text{س}^{\text{٢}}} + \sqrt{\text{س}} + \text{١} \right) \text{ ء س}$

٢) $\int \frac{\left(\text{س}^{\text{٢}} + \text{١}\right)^{\text{٢}}}{\text{س}^{\text{٢}}} \text{ ء س}$

٣) $\int \left(\text{س} - \frac{\text{١}}{\text{س}} \right)^{\text{٢}} \text{ ء س}$

٤) $\int \frac{\text{٢س}^{\text{٢}} + \sqrt{\text{س}}}{\text{س}} \text{ ء س}$

٥) $\int \frac{\text{س}^{\text{٣}} - \text{٢٧}}{\text{س}^{\text{٢}} + \text{٣س} + \text{٩}} \text{ ء س}$

اسم الطالب :-...

تدريب (٤) : التكامل الغير محدود

١] أكمل ما يأتي:-

إذا كانت **د(س)** دالة متصلة فإن $\int$ (د(س))^{ن} دَ (س) ء س = ... ن ≠ ١

٢] أوجد كل من التكاملات الآتية :-

١) $\int$ (س + ١)^{٤} ء س

٢) $\int$ ٢س^{٤} (س^{٥} + ١)^{٣} ء س

٣) $\int \frac{\text{س}^{٢}}{(\text{س}^{٣} + ١)^{٢}}$ ء س

٤) $\int$ س^{٢} (س - ١)^{٢} ء س

❀ **تحقق أن :** $\int$ س $\sqrt{١ + \text{س}^{٢}}$ ء س = $\frac{١}{٣}$ (١ + س^{٢})$^{\frac{٣}{٢}}$ + جـ

اسم الطالب :-..

تدريب (٥) : تمارين إضافية على التكامل الغير محدود

(١) **تحقق أن :** $\int \frac{س^{٣} + ١}{س^{٢}} \, ءس = \frac{١}{٢} س^{٢} - \frac{١}{س} + جـ$

(٢) أوجد كل من التكاملات الآتية :

١) $\int (س + ٢) \, ءس$

٢) $\int (س + ٣)(س - ١) \, ءس$

٣) $\int \frac{س^{٥} - ٢س^{٣} + ٢}{س^{٢}} \, ءس$

٤) $\int \frac{ءس}{(١ - ٢س)^{٢}}$

٥) $\int (٢ - س)^{٢} \, ءس$

٦) $\int س^{٤} \left(٥ - \frac{٢}{س}\right)^{٤} \, ءس$

فكر

$\int (٤س + ٦)\sqrt{٢س + ٣} \, ءس$

$\int \frac{ءس}{\sqrt{س}\,\sqrt{٨ + \sqrt{س}}}$.

اسم الطالب :-...

تدريب (٦) : التطبيق الهندسي

تذكر ان :- ❀ المُشتقة الأولى للدالة تسمى ....

❀ تكون للدالة د(س) قيمة **حرجة** إذا كان .... = صفر

١) أوجد الدالة التي مُشتقتها الأولى (٦ - ٢س) علماً بأن الدالة تساوي ٥ عندما **س = ٢**.

٢) إذا كان ميل المماس لمنحنى عند النقطة (١ ، ٤) يُساوي (٢س + ٣) أوجد معادلة المنحنى .

٣) إذا كانت النقطة (٢ ، ٠) نقطة حرجة للدالة ، وكانت **قَ (س)** = ٦ س + ٤ ؛ أوجد قاعدة **ق(س)** .

٤) أوجد معادلة الدالة **ص= ق(س)** حيث $\frac{ء^٢ص}{ءس^٢}$ = ٦س^٢ وكان ميل المماس لمنحنى الدالة عند النقطة (١، ٣) يساوي ٢.

اسم الطالب :-...

تدريب (٧) : التطبيق الفيزيائي

تذكر ان :- ❀ **ف (ن)** = $\int$ .... ء ن ❀ **ع (ن)** = $\int$ .... ء ن

❀ إذا كان الجسم يتحرك من سكون فإن ....

(١)بدأ جسم الحركة من نقطة الأصل وفي خط مستقيم بسرعة ابتدائية ٢٠ سم/ ث ، فإذا كانت عجلته عند أي لحظة **ن** = ١٢ سم/ث^{٢} . أوجد سرعته بعد ثانيتين من بدأ الحركة .

(٢)يتحرك جسم من السكون وتعطى سرعته بالعلاقة : **ع(ن) = (٨ن - ٣ن^{٢})** سم/ ث ؛ أوجد :-

١- بعد الجسم بعد ٣ ثواني من بدأ الحركة .

٢- متى يعود الجسم إلى نقطة البداية مرة أخرى .

(٣) يتحرك جسيم في خط مستقيم بعجلة **جـ (ن) = (٨ - ٤ن)** سم/ث^{٢} ؛ أوجد :

١- سُرعة وموقع الجسم بعد مرور ن ثاني، علما بأن كانت سرعته الابتدائية ٢سم/ث وكان على بعد ٦سم.

٢- سُرعة الجسم عندما تنعدم العجلة .

اسم الطالب :-..

تدريب (٨) : التجزئة المُنتظمة

١] أكمل ما يأتى:- في الفترة المغلقة [أ ، ب] فإن :

١) التجزئة المنتظمة النونية Δ **س** = ... - .... ، ٢) أي عنصر في التجزئة **س** $_{ك}$ = أ + ... × ....

(١) أوجد التجزئة المنتظمة السداسية للفترة [٢ ، ١١] .

(٢) أوجد العنصر س$_{٦}$ في التجزئة المنتظمة الثمانية للفترة [١ ، ٥] .

(٣) أوجد الفترة الجزئية الرابعة من التجزئة المنتظمة السداسية للفترة [٢ ، ٥] .

(٤) بيِّن إذا كانت جـ = { ١ ، ١+ $\frac{٤}{ن}$ ، ١+ $\frac{٨}{ن}$ ، ١+ $\frac{١٢}{ن}$ ، ...... ، ٥ - $\frac{٤}{ن}$ ، ٥ } تمثل تجزئة منتظمة أم لا ؟ ثم عين الفترة الجزئية الكافية.

(٥) إذا كانت **جـ** $_{ن}$ = {٠ ، $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{٦}{٥}$ ، $\frac{٩}{٥}$ ، .... ، ٩} تجزئة منتظمة للفترة [٠ ، ٩] أوجد عدد الفترات الجزئية ن

(٦) إذا كان العنصر السادس من التجزئة المنتظمة للفترة [-٢ ، ٣] هو $\frac{١}{٢}$ ؛ أوجد عدد عناصر التجزئة .

(٧) **فكر ٢٠٠٤ - ٢٠٠٥ :-**

إذا كانت **جـ** $_{٢٠}$ تجزئة منتظمة للفترة [أ ، ١٧] وكان **س** $_{١٥}$ = ٩ أحد عناصرها ؛ فأوجد قيمة أ .

اسم الطالب :-...

تدريب (٩) : المساحة التقريبية تحت المُنحنى

١/ أوجد المساحة التقريبية للمنطقة المحدودة بمنحنى الدالة **د(س) = ٢س+ ٥** و المحور السيني والمستقيمين:
س = -٢ ، س = ٠ باستخدام طريقة المجاميع الدُّنيا ؛ و اعتبار **ن = ٤**

٢/ أوجد المساحة التقريبية للمنطقة المحدودة بمنحنى الدالة د(س) = س^{٢} + ١ في الفترة [-١، ١] باستخدام طريقة المجاميع العُليا (علماً بأن لديك ستة فترات جزئية) .

٣/ باستخدام طريقة المجاميع الدُّنيا ؛ أوجد المساحة التقريبية للمنطقة المحدودة بمنحنى الدالة **د(س) = ٤ - ٣ س** في الفترة [-٦ ، -٣] (مُعتبراً **ن = ٣**).

اسم الطالب :-...

تدريب (١٠) : المساحة تحت المُنحنى

١] أكمل ما يأتي:-

١) $\sum_{ك=١}^{ن}$ ك =

٢) $\sum_{ك=١}^{ن}$ ك^{٢} =

٣) $\sum_{ك=١}^{ن}$ ك^{٣} =

٤) ح م ء = نـــــها (س ← ∞) $\sum_{ك=١}^{ن}$ ، ح م خ = نـــــها (س ← ∞) $\sum_{ك=١}^{ن}$

(١) أوجد مساحة المنطقة المحدودة بمنحنى الدالة **د(س) = س + ١** و المحور السيني و المستقيمين: **س= ٠ ، س = ٢** ؛ وذلك باستخدام طريقة المجاميع الدُّنيا .

(٢) أوجد مساحة المنطقة المحدودة بمنحنى الدالة **د(س) = س^{٢}** و المحور السيني في الفترة [٠ ، ٣] وذلك باستخدام طريقة المجاميع العُليا . (١٩٩٩).

اسم الطالب :-..

تدريب (١١) : التكامل المحدود (بالتعريف)

(١) **عبِّر عن التكامل المحدود :-** $\int_{-1}^{2}$ **(٣س + ١) ء س** بدلالة نهاية المجموع . **(١٩٩٧)**

(٢) استخدم قيمة كل من أ = ٢ ، **ب = ٣** للتعبير عن :-

نـــــها $_{\text{س} \leftarrow \infty}$ $\sum_{\text{ك}=1}^{\text{ن}}$ **(س^{2}ك - ٤)** **كتكامل محدود .**

(٣) **أوجد باستخدام التعريف :** **(٢٠٠٠)**

$\int_{0}^{3}$ **س^2 ءس**

(٤) **أثبت باستخدام التعريف :-** **(٢٠٠٢)**

$\int_{0}^{1}$ **(٢س + ١) ء س = ٢**

اسم الطالب :-...

تدريب (١٢) : خواص التكامل المحدود

١] **أكمل ما يأتي:-**

١) $\int_{أ}^{ب}$ د(س) ءس = [ق(س)]$_{ب}^{أ}$ = ... - ....　　٢) $\int_{أ}^{ب}$ جـ د(س) ءس = ... $\int_{أ}^{ب}$ ء س

٣) $\int_{أ}^{ب}$ [د (س) ± هـ (س)] ء س = ... ± ....

٤) إذا كانت د(س) > هـ (س)　∀س ∋ [أ ، ب] فإن $\int_{أ}^{ب}$ .... > $\int_{أ}^{ب}$ ....

٢] إذا كانت $\int_{١}^{٤}$ ق(س) ء س = ٦ ؛ أوجد قيمة : $\int_{١}^{٤}$ [٢س - ٣ ق(س)] ء س .

٣] إذا كان $\int_{١}^{٣}$ [٤ ق(س) + ٦س- ١] ء س = ١٤ ؛ فأوجد قيمة : $\int_{١}^{٣}$ ق(س) ء س

٤] **اثبت دون حساب التكامل أن :** $\int_{٢}^{٤}$ (س^{٢} + ١) ء س ≤ $\int_{٢}^{٤}$ (س + ١) ء س　　(١٩٩٧)

٥] **بدون حساب التكامل اثبت أن :** $\int_{-٣}^{٣}$ (س^{٢} + ١) ء س ≤ صفر　　(١٩٩٨)

تدريب (١٣) : خواص التكامل المحدود

(١) عبِّر في صورة تكامل واحد : $\int_{-٢}^{-١} \text{ق(س) ء س} - \int_{٢}^{-١} \text{ق(س) ء س}$ **(١٩٩٩)**

(٢) إذا كان :- $\int_{٣}^{٥} \text{د(س) ء س} = ٥$ ، $\int_{١}^{٥} \text{د(س) ء س} = ٩$ ؛ **أوجد قيمة:** $\int_{١}^{٣} \text{د(س) ءس}$ **(٢٠٠٢)**

(٣) إذا كان :- $\int_{-٣}^{٢} \text{ق(س) ء س} = ٦$ ؛ **أوجد قيمة :** $\int_{٢}^{-٣} [\,٥ + ٢\,\text{ق(س)}\,]\ \text{ء س}$.

(٤) **إذا كان :-** $\int_{١}^{٣} \text{ق(س) ء س} = ٨$ ، $\int_{١}^{٥} \text{ق(س)} = -٢$ ؛ **أوجد قيمة** $\int_{٣}^{٥} [\,٢\,\text{ق(س)} + ١\,]\ \text{ءس}$

(٥) **أوجد :-** $\int_{-٢}^{٣} \text{د (س) ءس}$ **إذا كان** $\text{د(س)} = \begin{cases} \text{س}^{٣} - ١ & \text{س} \ge ١ \\ ٢\text{س} + ٥ & \text{س} < ١ \end{cases}$

اسم الطالب :-...

تدريب (١٤) : تمارين إضافية على التكامل المحدود

١) **إذا كان :-** $\int_{-1}^{\text{ب}} ٤ \, \text{ء س} = ١٦$ ؛ **أوجد قيمة :** ب .

(٢) **إذا كان :-** $\int_{1}^{0} (\text{م س} - ١) \, \text{ء س} = ٢$ ؛ **أوجد قيمة** م

(٢) أوجد قيمة كل من التكاملات الآتية :

١) $\int_{-2}^{3} |\text{س} + ١| \, \text{ء س}$

٤) $\int_{-1}^{1} \sqrt[3]{٤\text{س}^{٢} - ٢٠\text{س} + ٢٥} \, \text{ء س}$

٢) $\int_{-3}^{-1} |\text{س}| \, \text{ء س}$

٥) $\int_{3}^{5} \frac{\text{س}^{٢} - ٥\text{س} + ٦}{\text{س} - ٢} \, \text{ء س}$

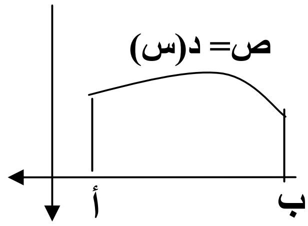
٣) $\int_{-1}^{2} \sqrt{\text{س}^{٢} - ٦\text{س} + ٩} \, \text{ء س}$

٦) $\int_{1}^{2} \frac{٢\text{س}^{٣} + ٨\text{س}^{٢} + ٨\text{س} + ١}{\text{س}^{٢} + ٤\text{س} + ٤} \, \text{ء س}$

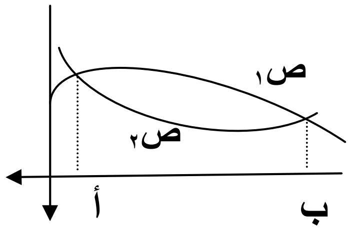
اسم الطالب :-...

تدريب (١٥) : المساحة

فى الشكل المقابل :



المساحة = ...



المساحة بين المنحنيين= .... - ....

١) أوجد مساحة المنطقة المحدودة بمُنحنى الدالة **ق(س) = ٢س - س^{٢}** و المحور السيني .

٢) أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين **ص** = ١٠ - س^{٢} ، **ص** = ٢س^{٢} والمستقيمين **س** = -١ ، **س** = ١ .

٣) أوجد مساحة المنطقة المحدودة بالمنحنى **ص** = ٢س^{٢} ، والمستقيم **هـ(س)** = ٢س + ٤.

اسم الطالب :-...

تدريب (١٦) : حجم الجسم الناتج من الدوران

١/ أوجد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المحدودة بمنحنى الدالة **ص** = $\sqrt{\text{س}}$ و المحور السيني والمستقيم **س = ٤** ، دورة كاملة حول محور السينات .

٢/ أوجد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المحصورة بين **ص** = $\sqrt{٢\text{س}}$ ، **ص** = ٣س ، **س** = ١ ، **س** = ٢ دورة كاملة حول محور السينات .

٣/ أوجد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المحصورة بين المنحنى **ص** = $\text{س}^{٢}$ + ٣ و المستقيم **ص** = ٤ دورة كاملة حول محور السينات .

اسم الطالب :-...

تدريب (١٧) : تمارين على التكامل

١/ **إذا كانت :** **ق(س) =** $\int$ (س^{٢} - ٦س + ٥) ء س ؛ **أوجد :** قَ (٢) .

٢/ **إذا كانت :** $\int$ ق(س) ء س = ٢س^{٢} + ٥س - ١ ؛ **أوجد :** ق (٢) .

٣/ **إذا كانت :** د : [٠ ، ٣] ← ح حيث د(٣) = س^{٢} + ٢س ؛ **أوجد :**

نهـــــا (ن ← ∞) $\frac{٣}{ن}$ $\sum_{ك=١}^{ن}$ د (س ك) .

٤/ **أوجد التكاملات الآتية :**

١) $\int$ (١ - ٣س)^{٣} ء س

٢) $\int$ (س^{٢} + ١)^{٤} ء س

٣) $\int$ $\frac{٣ س}{(١ - س^{٢})^{٣}}$ ء س

٤) $\int$ $\frac{(س + ١)^{٢}}{س^{٢}}$ ء س

اسم الطالب :-...

٥/ أوجد قيمة م في كل مما يأتي:

١) إذا كان $\int_{٠}^{٤}$ م س ءس = ١٨

٢) إذا كان $\int_{٠}^{م} \frac{١}{\sqrt{س}}$ ءس = ٢

٦/ أوجد قيمة كل من التكاملات التالية :

١) $\int_{١}^{٣} \frac{٢ + ص^٢}{ص^٢}$ ءص

٢) $\int_{١}^{٣} \frac{١}{\sqrt{٢س + ٣}}$ ءس

٣) $\int_{-٣}^{٠}$ |س + ٢| ءس

٤) $\int_{١}^{٩} \sqrt{س^٢ - ٢س + ١}$ ءس

٥) $\int_{٢}^{٤} \frac{س^٣ + ٤س^٢ + ٤س + ٦}{س^٢ + ٤س + ٤}$ ءس